

離散数学

第9回 振り返り問題

学籍番号:

氏名:

問. 下の論法は妥当か判定せよ. 妥当でない場合には論理的な欠陥を具体例をあげて指摘せよ.

前提

- (その1) 試験にパスする人は10時間以上勉強するか, 山勘があたるかのいずれかである.
 (その2) もし10時間以上勉強して試験にパスした人が【時間をかけたことで】同時に山勘も当たっているならば, 試験にパスした人は山勘が当たっている.

結論

【いずれにせよ】, 試験にパスする人は【常に】山勘が当たっている.

注意. 【*****】で, 理解しやすいように論理の流れを補足したが, 論理としては無視してよい.

証明の方針

- 命題を次のように定義する.

p : 試験にパスする人は10時間以上勉強する.

q : 試験にパスする人は山勘が当たる.

r : 10時間以上勉強する人は山勘が当たる.

このとき前提条件と結論は

前提(その1): $p \vee q$, 前提(その2): $p \wedge r \implies q$, 結論: q
と表せる.

- 以下では, 論法

$$(p \vee q) \wedge (p \wedge r \implies q) \vdash q \text{ が妥当か}$$

すなわち

$$(p \vee q) \wedge (p \wedge r \implies q) \implies q \text{ が恒真命題か}$$

を判定する

証明

真理値表を書くと全体は恒真でないなので、この論法は妥当でない。

表 1: 山勘問題の真理値表

p	q	r	左辺				右辺	全体	
			$p \vee q$	$p \wedge r$	$(p \wedge r) \implies q$	$(p \vee q) \wedge (p \wedge r \implies q)$	q	左辺 \implies 右辺	
T	T	T	T	T	T	T	T	T	
T	T	F	T	F	T	T	T	T	
T	F	T	T	T	F	F	F	T	
T	F	F	T	F	T	T	F	F	
F	T	T	T	F	T	T	T	T	
F	T	F	T	F	T	T	T	T	
F	F	T	F	F	T	F	F	T	
F	F	F	F	F	T	F	F	T	

検算 : $p = T, q = F, r = F$ のとき, $(p \vee q) \wedge (p \wedge r \implies q) = T$, しかし $q = F$ なので, $[(p \vee q) \wedge (p \wedge r \implies q)] \implies q = F$ となる.

恒真性が成り立たないケースの解釈 (意味):

10 時間以上勉強して試験にパスする人がいても ($p = T$), 10 時間以上勉強する人の山勘が当たらないとき ($r = F$) には, 試験にパスする人で山勘が当たらないこともある ($q = F$).

ゆえに, 試験にパスした人の山勘が (常に) 当たるとは限らない.

問 2. 下の論法は妥当か判定せよ. 妥当でない場合には論理的な欠陥を具体例をあげて指摘せよ¹.

前提 問 1 と同じ

結論

試験にパスする人は 10 時間以上勉強するしかない.

¹挑戦問題: この問題を解けた人は, 期末試験のときにレポートを出してください.