離散数学
第4回 振り返り問題

学籍番号: 　　　　　　　　　　氏名:

問　$f : \{1,2,3,4\} \longrightarrow \{a,b,c,d\}$ を $f(1)=c, f(2)=a, f(3)=d, f(4)=b$ で定義する．

1. $\widetilde{f}^{-1}(\{a,b\})$ （f による $\{a,b\}$ の逆像をこの記号で表すことにする）を求めよ．

   $f : X \longrightarrow Y$ で $B \subset Y$ に対する逆像の定義は $\widetilde{f}^{-1}(B) = \{x \in X \mid f(x) \in B\}$.

   ここで $B = \{a,b\}$ とおくと，$\widetilde{f}^{-1}(\{a,b\}) = \{x \in X \mid f(x) \in \{a,b\}\}$ なので，$f(x)=a$ または $f(x)=b$ となる x を求めると $\{2,4\}$ となる．

   以降．この議論を単に $\widetilde{f}^{-1}(\{a,b\}) = \{x \in X \mid f(x) \in \{a,b\}\} = \{2,4\}$ と書く．

2. 写像 f の逆写像 f^{-1} を求めよ．f^{-1} の定義域，終集合，対応関係を求めよ．

   $f^{-1} : \{a,b,c,d\} \longrightarrow \{1,2,3,4\}$ で $f^{-1}(a)=2, f^{-1}(b)=4, f^{-1}(c)=1, f^{-1}(d)=3$.

3. f^{-1} による $\{a,b\}$ の順像を求めよ．

   f^{-1} を写像 g と表わすと，$g : Y \longrightarrow X$．$B \subset Y$ に対する g による B の順像の定義より，$g(B) = \{g(y) \mid y \in B\}$.

   ここで $B = \{a,b\}$ とおくと

   $f^{-1}(\{a,b\}) = g(\{a,b\}) = \{g(y) \mid y \in \{a,b\}\} = \{g(a)=2, g(b)=4\} = \{2,4\}$

   となる．

注意： 一般に，f が全単射のとき f による $\{a,b\}$ の逆像と f^{-1} による $\{a,b\}$ の順像が一致することが証明できる．すなわち，$\widetilde{f}^{-1}(\{a,b\}) = f^{-1}(\{a,b\})$.