

離散数学

第10回 振り返り問題

学籍番号:

氏名:

問 $\mathcal{X} = \{A, B, C\}$, $\mathcal{Y} = \{\text{山, 川}\}$ とし, $x \in \mathcal{X}$, $y \in \mathcal{Y}$ に対して

$$P(x, y) \Leftrightarrow x \text{ さんが } y \text{ に遊びに行く}$$

と定義すると,

1. 全員が遊びに来た行楽地があれば真, なければ偽
2. 全員が (同じ所でなくて良いので) 山か川の少なくともどちらかに遊びに行くと真, どちらにも遊びに行かなかった人がいた場合は偽
3. 山にも川にも誰かが遊びに来たら真, どちらかに誰も遊びに行かなければ偽
4. 少なくとも誰か一人が山, 川の両方に遊びに行くと真, 両方に遊びに行った人が誰もがいなければ偽

なのは次のうちどれ?

1. $\forall x \exists y P(x, y)$
2. $\exists x \forall y P(x, y)$
3. $\forall y \exists x P(x, y)$
4. $\exists y \forall x P(x, y)$

【解答】 文章の 1.~4. は順に, 論理式の 4., 1., 3., 2. に対応する.

【解説】

- 文章から, ある行楽地が存在して, そこに全員が遊びに来たことになる. よって $\forall y \exists x P(x, y)$.
- 文章から, 任意の人がどこかの行楽地に遊びに行けば良い. よって $\forall x \exists y P(x, y)$.
- 文章から, 任意の (どちらの) 行楽地にも, 誰か少なくとも一人が遊びに行けば良い. よって $\forall y \exists x P(x, y)$.
- 文章から, ある人が存在して, 両方の (任意の) 行楽地に遊びに行けば良い. よって $\exists x \forall y P(x, y)$.